Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Mathematik

1.1. Potenzrechnung

1.1.1. Potenzgesetze

Für alle positiven reellen Zahlen a, b und alle reellen Zahlen x, y gilt:

$$\boxed{\begin{array}{l} a^x a^y = a^{x+y}, \quad (a^x)^y = a^{xy}, \\ (ab)^x = a^x b^x, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}, \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \end{array}}$$

Wichtige Spezialfälle für $n = 1, 2, ...$ gilt:

$$\boxed{\begin{array}{l} a^0 = 1, \quad a^1 = a, \quad a^2 = a \cdot a, \quad a^3 = a \cdot a \cdot a \\ a^n = a \cdot a \cdot ... \cdot a \quad (n \text{ Faktoren}) \\ a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad a^{-2} = \frac{1}{a^2}, ..., \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\ a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}, \quad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a} \end{array}}$$

1.2. Wurzelgesetze

1.2.1. n-te Wurzeln

Gegeben sei die positive reele Zahl a. Dann ist $a = a^{1/n}$ die eindeutige Lösung der Gleichung

$$\boxed{x^n = a, x \geq 0}$$

In der Literatur wird $a^{1/n}$ mit $\sqrt[n]{a}$ bezeichnet (n-te Wurzel). Bei den Umformungen von Gleichungen empfiehlt es sich jedoch, stets mit $a^{1/n}$ zu rechnen, weil man dann die allgemeinen Potenzgesetze anwenden kann und sich nicht noch zusätzlich die "Wurzelgesetze" zu merken hat.

Beispiel: Aus $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}}$ folgt das Wurzelgesetz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$.

1.3. Logarithmus

Es sei a eine fest gegebene, positive, reelle Zahl mit $a \neq 1$. Für jede vorgegebene positive reelle Zahl y besitzt dann die Gleichung

$$\boxed{y = a^x}$$

eine eindeutige reelle Lösung x, die mit

$$\boxed{x = \log_a y}$$

und Logarithmus von y zur Basis a bezeichnet wird.

1.3.1. Logarithmengesetze

Für alle reellen Zahlen c, d und alle reellen Zahlen x gilt:

$$\boxed{\begin{array}{c}\log_a(cd) = \log_a c + \log_a d, \quad \log_a = \left(\frac{c}{d}\right) = \log_a c - \log_a d, \\ \log_a c^x = x \cdot \log_a c, \quad \log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0\end{array}}$$

Wegen $\log_a(cd) = \log_a c + \log_a d$ besitzt der Logarithmus die fundamentale Eigenschaft, dass man die Multiplikation zweier Zahlen auf die Addition ihrer Logarithmen zurückführen kann.

1.3.2. Natürliche Logarithmen

Der Logarithmus $\log_{\mathrm{e}} y$ zur Basis e wird als ”natürlicher Logarithmus” $\ln y$ bezeichnet (Logarithmus naturalis). Ist $a > 0$ eine beliebige Basis, dann hat man die Beziehung

$$\boxed{a^x = \mathrm{e}^{x \cdot \ln a}}$$

für alle reellen Zahlen x. Kennt man den natürlichen Logarithmus, dann kann man den Logarithmus zu jeder beliebigen Basis durch die Umrechnungsformel enthalten.

$$\boxed{\log_a y = \frac{\ln y}{\ln a}}$$

Logarithmen verschiedener Basis sind zueinander proportional, so dass sich die Logarithmen zu einer Basis a über die Logarithmen zur Basis B berechnen lassen:

$$\boxed{\log_a x = M \cdot \log_b x \quad \text{mit} \quad M = \log_b = \frac{1}{\log_b a}}$$

Man nennt M auch den *Transformationsmodul*.

1.3.3. Spezielle Logarithmen

Logarithmen zur Basis 10 heißen *dekadische* oder *BRIGGSsche* Logarithmen.

$$\boxed{\log_{10} x = \lg x}$$

und es gilt:

$$\boxed{\lg(x10^{\alpha}) = \alpha + \lg x}$$

Logarithmen zur Basis e heißen *natürliche* oder *NEPERsche* Logarithmen.

$$\boxed{\log_{\mathrm{e}} = \ln x}$$

Der **Modul** zur Überführung der *natürlichen* in *dekadische* Logarithmen ist:

$$\boxed{M = \lg \mathrm{e} = \frac{1}{\ln 10} = 0.4342944819...}$$

Der **Modul** zur Überführung der *dekadischen* in *natürliche* Logarithmen ist:

$$\boxed{M_1 = \frac{1}{M} = \ln 10 = 2.3025850930...}$$

Logarihmen zur Basis 2 nennt man *Duallogarithmen* oder *binäre* Logarithmen.

$$\boxed{\log_2 x = \lg x}$$

1.4. Dezibel

Das Bel [B] ist eine Hilfsmaßeinheit zur Kennzeichnung des dekadischen Logarithmus des Verhältnisses zweier Größen der gleichen Art bei Pegeln und Maßen. Diese werden in der Elektrotechnik und der Akustik angewendet, beispielsweise bei der Angabe eines Dämpfungsmaßes oder Leistungspegels. Die logarithmische Behandlung von Verhältnissen ist besonders dann hilfreich, wenn sich die Verhältnisse über mehrere Größenordnungen erstrecken können. Beispiele für physikalische Größen, bei denen logarithmische Verhältnisse gebildet werden, sind elektrische Spannung, Feldstärke und Schalldruck. In der Regel wird statt des Bels das Dezibel [dB] verwendet, also der zehnte Teil eines Bels.

Das Dezibel ist in Österreich und für den Schalldruckpegel in der Schweiz eine gesetzliche Einheit.

Betrachtungen über das Dezibel [dB] beziehen sich stets auf physikalische Größen. Es wird in Leistungs- und Feldgrößen unterschieden.

1.4.1. Leistungsgrößen

Leistungsgrößen sind alle Größen, die der Leistung proportional sind. Zu den Leistungsgrößen gehören:

Wirkleistung	P [W]
Blindleistung	Q [V A reaktiv (var)]
Scheinleistung	S [V A]
Energie/Arbeit	W [J]
Leistungs(fluß)dichte	$\frac{P}{A}$ [W m^{-2}]
Energiedichte	$\frac{W}{A}$ [J m^{-2}]

1.4.2. Feldgrößen

Feldgrößen sind alle Größen, die dem Quadrat der Leistung proportional sind. Zu den Feldgrößen gehören:

Elekrtische Spannung	U [V]
Elekrtischer Strom	I [A]
Elektrische Feldstärke	$\vec{E}$ [V m^{-1}]
Magnetische Feldstärke	$\vec{H}$ [A m^{-1}]
Kraft	P [N]
Schalldruck	p [Pa]

Damit Pegelangaben oder sonstige Angaben in Dezibel [dB] bezüglich ihrer Aussage eindeutig erkennbar sind, gibt es verschiedene Methoden. Besonders bei absoluten Pegeln soll der verwendete Referenzwert feststellbar sein. In der Praxis hat es sich durchgesetzt, Ergänzungen zu verwenden. Für die Angaben in den Klammern sind grundsätzlich alle Einheiten möglich. Bei den unmittelbaren Anhängebuchstaben ist nur eine bestimmte Auswahl genormt. In Tabelle ist zu ersehen, dass auch mehrere Anhängebuchstaben für einen Begriff zulässig sind.

Buchstabe	**Kurzform**	**Langform**	**Bedeutung**
A	dBA	dB (A)	Lautstärke (Bewertungskurve A)
B	dBB	dB (B)	Lautstärke (Bewertungskurve B)
C	dBC	dB (C)	Lautstärke (Bewertungskurve C)
c	dBc	dB (carrier)	dB bezogen auf die Trägerleistung
d	dBd	dB (dipole)	effektive Leistung bezogen auf eine Dipolantenne
f	dBf[1]	dB (fW)	Feldstärke bezogen auf 1 Femtowatt (10×10^{-15})
i	dBi	dB (isotropic)	Antennengewinn bezogen auf die Isotropenantenne
ic	dBic	dB (isotropic circular)	Antennengewinn bezogen auf die Isotropenantenne (zirkular)
J	dbJ	dB (J)	Energie bezogen auf 1 J = 1 W Hz^{-1}
K	dBK	dB (kW)	Leistung bezogen auf 1 kW
m	dBm	dB (mW)	Leistung bezogen auf 1 mW an $50\,\Omega$ 0der $600\,\Omega$
m/hz	dBm/Hz	dB (m Hz^{-1})	Spektrale Leistungsdichte bezogen auf 1 Hz
mv	dBmV	dB (1 mV)	Spannung bezogen auf 1 mV an $75\,\Omega$
q	dBq	dB (quarterwave)	Antennengewinn bezogen auf eine Viertelwellenantenne
r	dBr	dB (relative)	rellative Differenz z.B. bei einer Filterkurve
rn	dBrn	dB (relative noise)	dB über dem Bezugsrauschen
sm	dBsm	dB (m^2)	Radarquerschnitt bezogen auf 1 m^2
u	dBu	dB (µV m^{-1})	Feldstärke bezogen auf 1 µV m^{-1}
uV	dBuV	dB (1 µV m^{-1})	Spannung bezogen auf 1 µV
v	dBv	dB (0.775 V)	Spannung bezogen auf 0.775 V an $600\,\Omega$
V	dBV	dB (1 V)	Spannung bezogen auf 1 V
W	dBW	dB (W)	Leistung bezogen auf 1 W
μ	dBμ	dB (µV m^{-1})	Feldstärke bezogen auf 1 µV m^{-1}
µV	dB µV	dB (µV)	Spannung bezogen auf 1 µV

$$\boxed{\text{dBf} = \text{dB}\mu + G - L}$$

G : Antennengewinn [dBd]

L : Verluste von Speiseleitung und Balun [dBL]

[1] nach B. Beezley; K6STI, 15. Januar 2012

2 | Überschrift auf Ebene 0 (chapter)

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: Dies ist ein Blindtext oder Huardest gefburn? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie Lorem ipsum dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

2.1. Überschrift auf Ebene 1 (section)

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: Dies ist ein Blindtext oder Huardest gefburn? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie Lorem ipsum dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

2.1.1. Überschrift auf Ebene 2 (subsection)

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: Dies ist ein Blindtext oder Huardest gefburn? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie Lorem ipsum dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Überschrift auf Ebene 3 (subsubsection)

Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: Dies ist ein Blindtext oder Huardest gefburn? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie Lorem ipsum dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

Überschrift auf Ebene 4 (paragraph) Dies hier ist ein Blindtext zum Testen von Textausgaben. Wer diesen Text liest, ist selbst schuld. Der Text gibt lediglich den Grauwert der Schrift an. Ist das wirklich so? Ist es gleichgültig, ob ich schreibe: Dies ist ein Blindtext oder Huardest gefburn? Kjift – mitnichten! Ein Blindtext bietet mir wichtige Informationen. An ihm messe ich die Lesbarkeit einer Schrift, ihre Anmutung, wie harmonisch die Figuren zueinander stehen und prüfe, wie breit oder schmal sie läuft. Ein Blindtext sollte möglichst viele verschiedene Buchstaben enthalten und in der Originalsprache gesetzt sein. Er muss keinen Sinn ergeben, sollte aber lesbar sein. Fremdsprachige Texte wie Lorem ipsum dienen nicht dem eigentlichen Zweck, da sie eine falsche Anmutung vermitteln.

2.2. Listen

2.2.1. Beispiel einer Liste (itemize)

- Erster Listenpunkt, Stufe 1
- Zweiter Listenpunkt, Stufe 1
- Dritter Listenpunkt, Stufe 1
- Vierter Listenpunkt, Stufe 1
- Fünfter Listenpunkt, Stufe 1

Beispiel einer Liste (4*itemize)

- Erster Listenpunkt, Stufe 1
    - Erster Listenpunkt, Stufe 2
        - Erster Listenpunkt, Stufe 3
            - Erster Listenpunkt, Stufe 4
            - Zweiter Listenpunkt, Stufe 4
        - Zweiter Listenpunkt, Stufe 3
    - Zweiter Listenpunkt, Stufe 2
- Zweiter Listenpunkt, Stufe 1

2.2.2. Beispiel einer Liste (enumerate)

1. Erster Listenpunkt, Stufe 1
2. Zweiter Listenpunkt, Stufe 1
3. Dritter Listenpunkt, Stufe 1
4. Vierter Listenpunkt, Stufe 1
5. Fünfter Listenpunkt, Stufe 1

Beispiel einer Liste (4*enumerate)

1. Erster Listenpunkt, Stufe 1
    a) Erster Listenpunkt, Stufe 2
        i. Erster Listenpunkt, Stufe 3
            A. Erster Listenpunkt, Stufe 4
            B. Zweiter Listenpunkt, Stufe 4
        ii. Zweiter Listenpunkt, Stufe 3
    b) Zweiter Listenpunkt, Stufe 2
2. Zweiter Listenpunkt, Stufe 1

2.2.3. Beispiel einer Liste (description)

Erster Listenpunkt, Stufe 1

Zweiter Listenpunkt, Stufe 1

Dritter Listenpunkt, Stufe 1

Vierter Listenpunkt, Stufe 1

Fünfter Listenpunkt, Stufe 1

Beispiel einer Liste (4*description)

Erster Listenpunkt, Stufe 1

- **Erster** Listenpunkt, Stufe 2
  - **Erster** Listenpunkt, Stufe 3
    - **Erster** Listenpunkt, Stufe 4
    - **Zweiter** Listenpunkt, Stufe 4
  - **Zweiter** Listenpunkt, Stufe 3
- **Zweiter** Listenpunkt, Stufe 2

Zweiter Listenpunkt, Stufe 1

Glossar

B

Beispiel ⟨Bsp⟩ *Das ist die Kurzbeschreibung;* Das ist die lange Beschreibung.

T

Test ⟨Anl⟩ *Das ist die kurze Kurzbeschreibung;* Das ist die lange Beschreibung für den Test.

Literatur

[Bro+96] Il'ja N Bronstein u. a. *Teubner-Taschenbuch der Mathematik Teil 1; 1*. 19. Auflage. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leibzig, 1996. ISBN: 978-3815420010.

A | Anhang